

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2017 - 2018

Matematică

Varianta 6

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $30 - 30 : 3$  este egal cu ....
- 5p 2. Zece caiete de același fel costă 40 de lei. Cinci dintre acestea costă ... lei.
- 5p 3. Dacă  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, x\}$  și  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , atunci numărul  $x$  este egal cu ....
- 5p 4. Un trapez are baza mare de 12 cm și baza mică de 8 cm. Linia mijlocie a acestui trapez are lungimea egală cu ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 10$  cm,  $BC = 5$  cm și  $AA' = 4$  cm. Volumul acestui paralelipiped este egal cu ...  $\text{cm}^3$ .

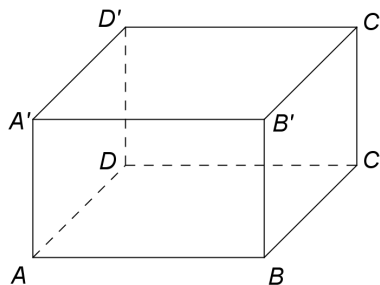


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la ora 8, la o stație meteo, în fiecare zi a unei săptămâni din luna februarie.

| Ziua             | luni | marți | miercuri | joi | vineri | sâmbătă | duminică |
|------------------|------|-------|----------|-----|--------|---------|----------|
| Temperatura (°C) | -1   | -8    | -10      | -3  | 1      | 3       | 5        |

Conform tabelului, media aritmetică a temperaturilor pozitive înregistrate este egală cu ... °C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

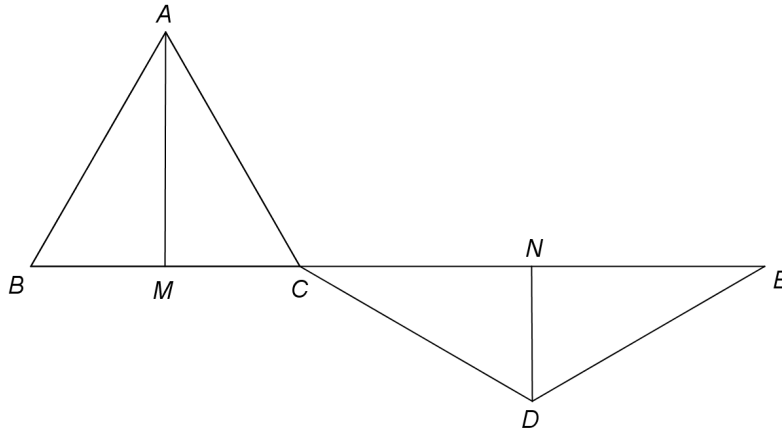
(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCD A' B' C' D'$ .
- 5p 2. Arătați că numărul natural  $N = 2^{n+3} - 2^{n+2} + 7 \cdot 2^{n+1} - 2^n$  este divizibil cu 17, pentru orice număr natural  $n$ .
- 5p 3. Mai mulți elevi vor să cumpere împreună materiale pentru un proiect școlar. Dacă fiecare elev contribuie cu câte 20 de lei, mai sunt necesari 20 de lei pentru cumpărarea materialelor, iar dacă fiecare contribuie cu câte 25 de lei, rămân 5 lei după cumpărarea materialelor. Determinați suma necesară pentru cumpărarea materialelor.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 4$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) În sistemul de coordonate  $xOy$  se consideră punctul  $D(0, -1)$ . Determinați distanța de la punctul  $D$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{2x^2+3x-3}{x^2-9} + \frac{2x-1}{x+3} \right) : \frac{2x^2-18}{x^2+6x+9}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ . Arătați că  $E(x) = \frac{1}{2}$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

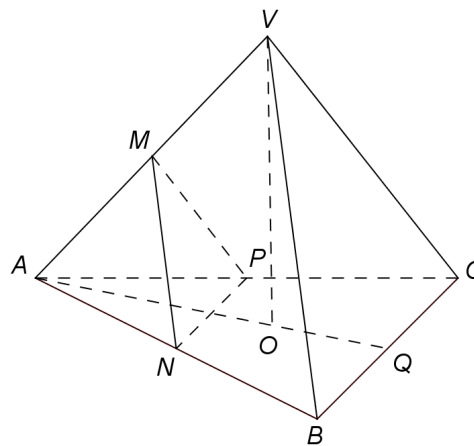
1. În *Figura 2* sunt reprezentate un triunghi echilateral  $ABC$  cu  $AB=10\text{cm}$  și un triunghi isoscel  $CDE$  cu  $CD=DE=10\text{cm}$ . Punctul  $C$  este situat pe segmentul  $BE$ , iar punctele  $A$  și  $D$  sunt situate de o parte și de alta a dreptei  $BE$  astfel încât  $m(\sphericalangle BCD)=150^\circ$ . Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $BC$ , respectiv  $CE$ .



*Figura 2*

- 5p a) Arătați că unghiul  $DCE$  are măsura de  $30^\circ$ .  
 5p b) Demonstrați că triunghiurile  $ACM$  și  $CDN$  sunt congruente.  
 5p c) Arătați că patrulaterul  $AMDN$  are aria mai mică decât  $95\text{cm}^2$ .

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată  $VABC$  cu  $AB=12\text{cm}$  și  $VO=8\text{cm}$ , unde punctul  $O$  este centrul cercului circumscris bazei  $ABC$ . Punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$  și  $Q$  sunt mijloacele segmentelor  $VA$ ,  $AB$ ,  $AC$  și, respectiv,  $BC$ .



*Figura 3*

- 5p a) Arătați că perimetrul bazei  $ABC$  este egal cu  $36\text{cm}$ .  
 5p b) Demonstrați că dreapta  $VQ$  este paralelă cu planul  $(MNP)$ .  
 5p c) Determinați numărul real  $p$ , știind că volumul piramidei  $MANP$  reprezintă  $p\%$  din volumul piramidei  $VABC$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2017 - 2018**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 6**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |     |    |
|----|-----|----|
| 1. | 20  | 5p |
| 2. | 20  | 5p |
| 3. | 5   | 5p |
| 4. | 10  | 5p |
| 5. | 200 | 5p |
| 6. | 3   | 5p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|    |   |          |
|----|---|----------|
| 1. | Desenează cubul<br>Notează cubul  | 4p<br>1p |
| 2. | $N = 2^n (2^3 - 2^2 + 7 \cdot 2 - 1) =$<br>$= 2^n (8 - 4 + 14 - 1) = 2^n \cdot 17$ , care este divizibil cu 17, pentru orice număr natural $n$                              | 3p<br>2p |
| 3. | $20n = x - 20$ și $25n = x + 5$ , unde $x$ este prețul materialelor și $n$ este numărul elevilor<br>$x = 120$ de lei  | 2p<br>3p |
| 4. | a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$   | 2p       |
|    | Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$   | 2p       |
|    | Trasarea graficului funcției $f$  | 1p       |
|    | b) $OA = 2$ , unde $A$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$  | 1p       |
|    | $OB = 4$ , unde $B$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ și $AB = 2\sqrt{5}$   | 2p       |
|    | $D \in Oy$ și $\sin(\sphericalangle ABO) = \frac{OA}{AB}$ , deci $\frac{d(D, AB)}{BD} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \Rightarrow d(D, AB) = \frac{2 \cdot 5}{2\sqrt{5}} = \sqrt{5}$  | 2p       |
| 5. | $E(x) = \frac{(x+1)(x+3) - (2x^2 + 3x - 3) + (2x-1)(x-3)}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)^2}{2(x-3)(x+3)} =$  | 3p       |
|    | $= \frac{x^2 + 4x + 3 - 2x^2 - 3x + 3 + 2x^2 - 7x + 3}{2(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x + 9}{2(x-3)^2} = \frac{1}{2}$ , pentru orice $x$ număr real,<br>$x \neq -3$ și $x \neq 3$ | 2p       |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1. | a) $C \in (BE) \Rightarrow m(\sphericalangle BCE) = 180^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BCD) + m(\sphericalangle DCE) = 180^\circ$    | 3p |
|    | $m(\sphericalangle DCE) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$   | 2p |
|    | b) $m(\sphericalangle AMC) = 90^\circ$ , $m(\sphericalangle CND) = 90^\circ$  | 2p |
|    | $AC = CD$ , $m(\sphericalangle CAM) = m(\sphericalangle DCN) = 30^\circ$ , deci triunghiurile dreptunghice $ACM$ și $CDN$ sunt congruente | 3p |

|           |   |                                   |
|-----------|---|-----------------------------------|
|           | <p>c) <math>AM = 5\sqrt{3}</math> cm , <math>DN = 5</math> cm și <math>MN = 5(1 + \sqrt{3})</math> cm</p> <p><math>A_{AMDN} = \frac{(AM + DN) \cdot MN}{2} = 25(2 + \sqrt{3})</math> cm<sup>2</sup> și, cum <math>\sqrt{3} &lt; 1,8</math> , obținem <math>A_{AMDN} &lt; 95</math> cm<sup>2</sup></p>   | <p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p> |
| <b>2.</b> | <p>a) <math>P_{ABC} = 3AB =</math><br/><math>= 3 \cdot 12 = 36</math> cm</p>  | <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> |
|           | <p>b) <math>NM</math> este linie mijlocie în <math>\Delta ABV</math> și <math>PM</math> este linie mijlocie în <math>\Delta ACV</math><br/><math>BV \parallel NM</math> , <math>CV \parallel PM</math> , <math>BV \cap CV = \{V\}</math> și <math>NM \cap PM = \{M\}</math> , deci <math>(VBC) \parallel (MNP)</math> și, cum <math>VQ \subset (VBC)</math> , obținem <math>VQ \parallel (MNP)</math></p> | <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> |
|           | <p>c) <math>MA = MN = MP</math> și <math>\Delta ANP</math> este echilateral, deci <math>MANP</math> este piramidă triunghiulară regulată și <math>V_{MANP} = 12\sqrt{3}</math> cm<sup>3</sup> și, cum <math>V_{VABC} = 96\sqrt{3}</math> cm<sup>3</sup> , obținem <math>V_{VABC} = 8V_{MANP}</math></p>   | <p><b>3p</b></p>                  |
|           | <p><math>V_{MANP} = \frac{p}{100} \cdot V_{VABC}</math> , deci <math>p = 12,5</math></p>  | <p><b>2p</b></p>                  |